



教育图书



功能学具



学生之家

基础教育行业专研品牌

30⁺年专注教育行业

全品学练考

主编 肖德好

导学案

高中数学

必修第一册 SJ

天津出版传媒集团
天津人民出版社

CONTENTS



目录

导学案

01 第1章 集合

PART ONE

- 1.1 集合的概念与表示 203
- 1.2 子集、全集、补集 206
- 1.3 交集、并集 208
- ④ 本章总结提升 212

02 第2章 常用逻辑用语

PART TWO

- 2.1 命题、定理、定义 214
- 2.2 充分条件、必要条件、充要条件
..... 216
- 2.3 全称量词命题与存在量词命题
..... 219
 - 2.3.1 全称量词命题与存在量词命题
..... 219
 - 2.3.2 全称量词命题与存在量词命题的
否定 221
- ④ 本章总结提升 223

03 第3章 不等式

PART THREE

- 3.1 不等式的基本性质 225
- 3.2 基本不等式 $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2} (a, b \geq 0)$
..... 227
 - 3.2.1 基本不等式的证明 227
 - 3.2.2 基本不等式的应用 229
- 3.3 从函数观点看一元二次方程和一元二
次不等式 231

- 3.3.1 从函数观点看一元二次方程
..... 231
- 3.3.2 从函数观点看一元二次不等式
..... 233
 - 第1课时 三个二次关系、一元二次不等式
的解法 233
 - 第2课时 一元二次不等式的简单应用
..... 235
- 微突破(一) 不等式恒成立、能成立
问题 237
- ④ 本章总结提升 238

04 第4章 指数与对数

PART FOUR

- 4.1 指数 241
 - 4.1.1 根式 241
 - 4.1.2 指数幂的拓展 242
- 4.2 对数 245
 - 4.2.1 对数的概念 245
 - 4.2.2 对数的运算性质 247
 - 第1课时 对数的运算性质 247
 - 第2课时 换底公式与对数的应用 249
- ④ 本章总结提升 250

05 第5章 函数概念与性质

PART FIVE

- 5.1 函数的概念和图象 253
 - 第1课时 函数的概念 253
 - 第2课时 函数的图象 256
- 5.2 函数的表示方法 258

5.3 函数的单调性	261
第1课时 单调性的概念与证明	261
第2课时 函数的最大(小)值	263
5.4 函数的奇偶性	266
第1课时 奇偶性的概念	266
第2课时 奇偶性的应用	268
第3课时 函数性质的综合问题	270
微突破(二) 抽象函数的性质	272
本章总结提升	274

06 第6章 幂函数、指数函数和对数函数

PART SIX

6.1 幂函数	276
6.2 指数函数	278
第1课时 指数函数的图象与性质	278
第2课时 指数函数图象与性质的综合应用	280
6.3 对数函数	283
第1课时 对数函数的图象与性质	283
第2课时 对数函数图象与性质的综合应用	286
本章总结提升	289

07 第7章 三角函数

PART SEVEN

7.1 角与弧度	292
7.1.1 任意角	292
7.1.2 弧度制	295
7.2 三角函数概念	297
7.2.1 任意角的三角函数	297
第1课时 任意角的三角函数	297
第2课时 三角函数线	299
7.2.2 同角三角函数关系	301

7.2.3 三角函数的诱导公式	304
第1课时 诱导公式(一)	304
第2课时 诱导公式(二)	305
7.3 三角函数的图象和性质	308
7.3.1 三角函数的周期性	308
7.3.2 三角函数的图象与性质	309
第1课时 正弦、余弦函数的图象	309
第2课时 正弦、余弦函数的性质(一)	311
第3课时 正弦、余弦函数的性质(二)	313
第4课时 正切函数的图象与性质	315
7.3.3 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$	318
第1课时 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图象	318
第2课时 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的性质	321
7.4 三角函数应用	322
微突破(三) 三角函数中 ω 的取值范围问题	325
本章总结提升	328

08 第8章 函数应用

PART EIGHT

8.1 二分法与求方程近似解	333
8.1.1 函数的零点	333
8.1.2 用二分法求方程的近似解	335
8.2 函数与数学模型	336
8.2.1 几个函数模型比较	336
8.2.2 函数的实际应用	339
本章总结提升	343

◆ 参考答案(单独成册)	345
--------------------	-----

第1章 集合

1.1 集合的概念与表示

【学习目标】

1. 能结合具体实例认识和识别什么是集合,对于给出的一些例子,会判断哪些事物可以组成集合,哪些不能组成集合.
2. 能在具体的情境中判断元素与集合的关系.
3. 能够在简单的现实情境或数学情境中,抽象概括出数学对象的一般特征,并用集合语言予以表达.
4. 对于给定的具体情境,会用三种语言(自然语言、图形语言、符号语言)表达所要研究的数学对象,并能进行转换.
5. 在具体情境中,了解空集的含义.

课 前 预 习

知识导学 素养初识

◆ 知识点一 集合的相关概念

1. 集合与元素的概念:一般地,一定范围内某些 _____ 对象的全体组成一个集合. 集合中的每一个 _____ 称为该集合的元素,简称 _____.

2. 常用数集及表示符号

名称	非负整数集 (或自然数集)	正整数集	整数集	有理数集	实数集
记法	_____	_____	_____	_____	_____

3. 集合与元素之间的关系

关系	概念	记法	读法
属于	如果 _____, 那么就说 a 属于集合 A	_____	a 属于 A
不属于	如果 _____, 那么就说 a 不属于集合 A	_____ 或 _____	a 不属于 A

【诊断分析】 1. 判断正误.(请在括号中打“√”或“×”)

(1) 平面上到 A, B 两点的距离相等的点的全体可以组成一个集合. ()

(2) 苏教版必修第一册课本上所有的难题能够组成一个集合. ()

2. 某中学高一年级 16 个班组成一个集合 A .

(1) 高一(5)班、高三(5)班是集合 A 中的元素吗?

(2) 若 $a \in A, b \in A$, 则元素 a, b 有什么关系? 为什么?

◆ 知识点二 集合的表示法

1. 列举法: 将集合的元素一一列举出来, 并置于 _____ 内, 这种表示集合的方法叫作列举法(注意元素间要用“,”隔开, 如 $\{-1, 0, 1, 2\}$).

2. 描述法: 将集合的所有元素都具有的 _____ (满足的条件) 表示出来, 写成 _____ 的形式, 这种表示集合的方法叫作描述法.

3. Venn 图: 为了直观地表示集合, 我们常画一条 _____ 的曲线, 用它的 _____ 来表示一个集合, 称为 Venn 图.

【诊断分析】 讨论下列说法是否正确.

(1) 集合 $\{x \mid -1 < x < 2, x \in \mathbf{R}\}$ 与集合 $\{y \mid -1 < y < 2, y \in \mathbf{R}\}$ 表示同一个集合;

(2) 集合 $\{(x, y) \mid y = 2x + 5\}$ 与集合 $\{x \mid y = 2x + 5\}$ 表示同一个集合.

◆ 知识点三 集合相等及分类、集合中元素的特性

1. 集合相等

如果两个集合所含的元素_____ (即 A 中的元素_____ B 的元素, B 中的元素也_____ A 的元素), 那么称这两个集合相等.

2. 集合的分类

有限集	含有_____个元素的集合
无限集	含有_____个元素的集合
空集	不含任何元素的集合称为_____, 记作_____

3. 集合中元素的三大特性

确定性: 集合中的元素都是确定的.

互异性: 集合中的任意两个元素都不相同.

无序性: 集合中的元素没有顺序.



考点探究 素养小结

◆ 探究点一 集合与元素的概念

例 1 (1) [2026 · 上海海洋大学附中高一月考]

下列说法正确的是 ()

- A. 联合国安理会常任理事国能组成一个集合
- B. 我校很喜欢踢足球的同学能组成一个集合
- C. 由不大于 3 的自然数组成的集合中的元素为 1, 2, 3
- D. $1, 0, 5, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{6}{4}, \sqrt{\frac{1}{4}}$ 组成的集合中有 6 个元素

(2) 给出下列关系: ① $\frac{1}{2} \in \mathbf{R}$; ② $2 \in \mathbf{Z}$; ③ $|-3| \notin \mathbf{N}^*$; ④ $|\sqrt{3}| \in \mathbf{Q}$. 其中关系正确的个数为 ()

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

变式 (1) 下列给出的对象可以组成一个集合的是 ()

- A. 比较大的数
- B. 中国农业人才
- C. 地球上的七大洲
- D. 高中善于跳远的学生

(2) (多选题) 由不超过 5 的实数组成集合 A , 若 $a = \sqrt{2} + \sqrt{3}$, 则 ()

- A. $a \in A$
- B. $a^2 \in A$
- C. $\frac{1}{a} \in A$
- D. $a+1 \in A$

[素养小结]

(1) 判断一组对象能组成集合的条件是能找到一个明确的标准, 使得对于任何一个对象, 都能确定它是不是给定集合的元素.

(2) 判断元素和集合关系的两种方法

① 直接法: 集合中的元素是直接给出的.

② 推理法: 判断该元素是否满足集合中元素所具有的性质即可.

◆ 探究点二 集合的表示

角度 1 用列举法表示集合

例 2 用列举法表示下列集合.

- (1) 不大于 10 的非负偶数组成的集合;
- (2) 方程 $x^2 = x$ 的所有实数解组成的集合;
- (3) 直线 $y = 2x + 1$ 与 y 轴的交点所组成的集合;
- (4) 方程组 $\begin{cases} x + y = 1, \\ x - y = -1 \end{cases}$ 的解组成的集合.

角度 2 用描述法表示集合

例 3 用描述法表示下列集合:

- (1) 大于 -1 且小于 7 的所有整数组成的集合;
- (2) 被 3 除余 2 的正整数组成的集合;
- (3) 方程 $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 0$ 的解组成的集合.

变式 用适当的方法表示下列集合.

- (1) 大于 1 且不大于 17 的质数组成的集合 A ;
- (2) 所有奇数组成的集合 B ;
- (3) 平面直角坐标系中, 二次函数 $y = x^2$ 图象上的点组成的集合 C ;

$$(4) D = \{(x, y) \mid x + y = 5, x \in \mathbf{N}_+, y \in \mathbf{N}_+\}.$$

[素养小结]

用描述法表示集合应注意以下三点:

- (1) 写清楚该集合代表元素的符号. 例如, 集合 $\{x \in \mathbf{R} \mid x < 2\}$ 不能写成 $\{x < 2\}$.
- (2) 所有描述的内容都要写在花括号内.
- (3) 在通常情况下, 集合的代表元素的所属范围为实数集时可以省略不写.

◆ 探究点三 集合中元素的特性及应用

例 4 (1) (多选题) [2026 · 北京东城区东直门中学高一月考] 下列集合中, 与集合 $\{-1, 1\}$ 相等的是 ()

- $\{x \mid -1 < x < 1\}$
- $\{x \mid x^2 = 1\}$
- $\{(x, y) \mid x = -1, y = 1\}$
- $\left\{x \in \mathbf{Z} \mid y = -\frac{1}{x}, y \in \mathbf{Z}\right\}$

(2) [2026 · 江苏扬州大学附中高一期中] 已知集合 $A = \{2, a + 5, a^2 + 5a\}$, 若 $6 \in A$, 则 $a =$ _____.

变式 (1) [2026 · 山西大同高一期中] 由 $a^2, 2 - a, 4$ 组成一个集合 A , 若 A 中含有 3 个元素, 则实数 a 的值可以是 ()

- 1
- 2
- 6
- 2

(2) 设集合 $A = \{x, y\}$, $B = \{0, x^2\}$, 若 $A = B$, 则 $x + y =$ _____.

[素养小结]

- (1) 对于求集合中字母参数的问题, 常根据集合中元素的确定性得出字母的所有可能取值, 再利用集合中元素的互异性进行检验.
- (2) 在利用集合中元素的特性解题时常用分类讨论思想, 注意分类的标准要明确.

1.2 子集、全集、补集


【学习目标】

1. 能结合具体实例解释集合之间包含与相等的意义,并能识别给定集合的子集.
2. 在具体情境中,了解全集的含义.
3. 理解给定集合中一个子集的补集的含义,能求给定子集的补集.
4. 对于给定的问题和情境,能使用 Venn 图表达集合间的基本关系,从中体会图形对理解抽象概念的作用.

课 前 预 习

知识导学 素养初识

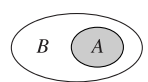
◆ 知识点一 子集

定义	如果集合 A 的 _____ 元素都是集合 B 的元素(若 $a \in A$, 则 $a \in B$), 那么集合 A 称为集合 B 的子集
记法	A _____ B 或 B _____ A
读法	集合 A _____ 集合 B 或集合 B 包含集合 A
图示	
性质	(1) 任何一个集合是它本身的子集, 即 A _____ A . (2) 对于集合 A, B, C , 若 $A \subseteq B$, 且 $B \subseteq C$, 则 A _____ C . (3) 若 _____ 且 _____, 则 $A = B$ (4) 规定 \emptyset _____ A


【诊断分析】判断正误.(请在括号中打“√”或“×”)

- (1) $0 \subseteq \{x | x < 5, x \in \mathbf{R}\}$. ()
- (2) 设 A 是一个集合, 则 $A \subseteq A$. ()
- (3) $\{0, 1\} \subseteq \{1, 2, 3\}$. ()

◆ 知识点二 真子集

定义	如果 $A \subseteq B$, 并且 _____, 那么集合 A 称为集合 B 的真子集
记法	A _____ B 或 B _____ A
读法	A _____ B 或 B 真包含 A
图示	
性质	(1) 对于集合 A, B, C , 若 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq C$, 则 A _____ C (2) 若 $A \neq \emptyset$, 则 \emptyset _____ A

◆ 知识点三 补集

定义	文字语言	设 $A \subseteq S$, 由 S 中 _____ 的所有元素组成的集合称为 S 的子集 A 的补集, 记作 _____ (读作“ A 在 S 中的补集”)
	符号语言	$\complement_S A = \{x \text{_____}\}$
	图形语言	
性质	(1) 若 $A \subseteq S$, 则 $\complement_S A \subseteq S$; (2) $\complement_S S = \text{_____}$, $\complement_S \emptyset = \text{_____}$; (3) $\complement_S (\complement_S A) = \text{_____}$	

【诊断分析】判断正误.(请在括号中打“√”或“×”)

- (1) 一个集合的补集一定含有元素. ()
- (2) 集合 $\complement_{\mathbf{Z}} \mathbf{N}$ 与集合 $\complement_{\mathbf{Z}} \mathbf{N}^*$ 相等. ()
- (3) 设 $C \subseteq A, C \subseteq B$, 则集合 $\complement_A C$ 与集合 $\complement_B C$ 相等. ()

◆ 知识点四 全集

(1) 定义: 如果一个集合包含我们所研究问题中涉及的 _____, 那么就称这个集合为全集.

(2) 记法: 全集通常记作 _____.

【诊断分析】判断正误.(请在括号中打“√”或“×”)

- (1) 只有实数集 \mathbf{R} 才可以作为全集. ()
- (2) 全集一定包括任何一个元素. ()
- (3) 为了研究集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, B = \{1, 2, 3\}, C = \{1, 3, 5\}$ 之间的关系, 要从中选一个集合作为全集, 这个集合是 A . ()

◆ 探究点一 集合的子集、真子集

例 1 指出下列各组集合之间的关系:

(1) $A = \{-1, 1\}$, $B = \{(-1, -1), (-1, 1), (1, -1), (1, 1)\}$;

(2) $C = \{x | x \text{ 是矩形}\}$, $D = \{x | x \text{ 是平行四边形}\}$;

(3) $P = \{x | |x| < 3\}$, $Q = \{x | -1 < x < 3\}$;

(4) $M = \{x | x = 2n - 1, n \in \mathbf{N}^*\}$, $N = \{x | x = 2n + 1, n \in \mathbf{N}^*\}$.

例 2 写出下列集合的子集和真子集,并求出子集个数、真子集个数.

(1) $A = \{1\}$;

(2) $B = \{a, b\}$;

(3) $C = \{6, 7, 8\}$.

变式 (1) (多选题) [2026 · 江苏淮安涟水一中高一月考] 已知集合 $A = \{x | -1 \leq 2x - 1 < 5, x \in \mathbf{Z}\}$, 则下列说法正确的是 ()

- A. $1 \in A$ B. $\{2, 3\} \subseteq A$
C. A 中有 3 个元素 D. A 有 16 个子集

(2) [2026 · 天津二十中高一月考] 满足条件 $\{2, 3\} \subseteq A \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 的集合 A 的个数为 _____.

[素养小结]

(1) 判断集合间关系的方法:

- ① 观察法: 一一列举观察.
② 元素特征法: 首先确定集合的元素是什么, 弄清集合元素的特征, 再利用集合元素的特征判断关系.
③ 数形结合法: 利用数轴或 Venn 图进行判断.

(2) 求有限集的子集的两个关注点:

- ① 要注意两个特殊的子集: \emptyset 和有限集本身.
② 按集合中含有元素的个数由少到多, 一一写出, 保证不重不漏.

(3) 若一个集合有 n 个元素, 那么它的子集个数为 2^n , 真子集个数为 $2^n - 1$, 非空真子集个数为 $2^n - 2$.

◆ 探究点二 集合的全集、补集

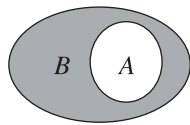
例 3 (1) [2026 · 江苏徐州树恩中学高一月考] 若 $M = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $N = \{x | x^2 - 2x - 3 = 0, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $\complement_M N =$ ()

- A. $\{-1, 3\}$
B. $\{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
C. $\{0, 1, 2, 4, 5, 6, 7\}$
D. $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

(2) 设集合 $U = \mathbf{R}$, $M = \{x | x > 2 \text{ 或 } x \leq -2\}$, 则 $\complement_U M =$ ()

- A. $\{x | -2 < x < 2\}$
B. $\{x | -2 < x \leq 2\}$
C. $\{x | x < -2 \text{ 或 } x > 2\}$
D. $\{x | x \leq -2 \text{ 或 } x \geq 2\}$

变式 (1) 若集合 $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{x \in \mathbf{Z} | 1 \leq x \leq 9\}$, 则图中阴影部分表示的集合中的元素个数为



()

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

(2) 已知全集 U , 集合 $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $\complement_U A = \{2, 4, 6\}$, $\complement_U B = \{1, 4, 6\}$, 则集合 $B =$ _____.

[素养小结]

求集合的补集的常用方法:

(1) 列举法求补集: 若集合和全集的元素可一一列举, 先列出全集所有元素, 再去掉给定集合的元素, 剩下元素组成的集合就是补集.

(2) 描述法求补集: 当集合用描述法表示时, 先确定全集范围与元素特征, 再根据补集定义写出补集的描述条件.

(3)利用数轴求补集:对于数集,若集合元素是连续形式,可借助数轴,先在数轴上标出全集对应范围,再画出给定集合对应范围,数轴上全集范围内给定集合范围之外的部分就是补集的对应范围.

(4)借助 Venn 图求补集:画一个矩形表示全集,在矩形内画一个封闭图形表示给定集合,矩形内封闭图形外的部分就代表补集,通过 Venn 图可直观确定补集元素构成,尤其适用于多个集合关系判断场景.

◆ 探究点三 由集合间的关系求参数范围

例 4 (1)[2026·江苏南通高一期中] 已知集合 $A = \{x | 1 < x < 2\}$, $B = \{x | x < a\}$, 若 $A \subseteq B$, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $a > 2$ B. $a < 2$
C. $a \leq 2$ D. $a \geq 2$

(2)[2026·江苏扬州高一调研] 若集合 $A = \{x | x^2 + ax + a = 0\} \subseteq \{1\}$, 则 a 的取值集合是 ()

- A. $\{-\frac{1}{2}\}$
B. $\{a | 0 < a < 4\}$

- C. $\{a | a < 0 \text{ 或 } a \geq 4\}$
D. $\{a | a = -\frac{1}{2} \text{ 或 } 0 < a < 4\}$

变式 (1)已知集合 $A = \{x | -2 \leq x \leq 5\}$, $B = \{x | m + 1 \leq x \leq 2m - 1\}$, 若 B 为 A 的真子集, 则 m 的取值范围是 ()

- A. $m < 2$ B. $2 \leq m < 3$
C. $m \leq 3$ D. $2 < m \leq 3$

(2)[2026·河北沧衡名校联盟高一期中] 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $M = \{1, 5, a + 2\}$, $\complement_U M = \{2, a^2 - 1\}$, 则实数 $a =$ _____.

[素养小结]

由集合间的关系求参数问题的注意点及常用方法:

- (1)注意点:①不能忽视集合为 \emptyset 的情形;②当集合中含有字母参数时,一般需要分类讨论.
(2)常用方法:对于用不等式给出的集合,已知集合的包含关系求相关参数的范围(值)时,常采用数形结合的思想,借助数轴解答.

1.3 交集、并集

【学习目标】

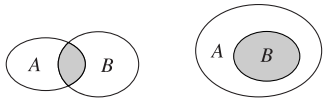
- 能结合简单的问题情境解释并集与交集的意义.
- 能求出两个集合的并集与交集.
- 体会用区间表示集合.

课 前 预 习

知识导学 素养初识

◆ 知识点一 集合的交集

1. 交集的三种语言表示

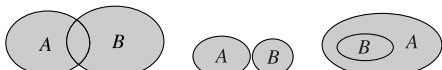
文字语言	由所有 _____ 的元素构成的集合,称为 A 与 B 的交集,记作 _____ (读作“ A 交 B ”)
符号语言	$A \cap B = \{x \underline{\hspace{2cm}}\}$
图形语言	

2. 交集的性质

- (1) $A \cap B =$ _____.
(2) $A \cap B$ _____ A , $A \cap B$ _____ B .
(3) $A \cap (\complement_U A) =$ _____ (U 为全集).
(4) $A \cap B = A \Leftrightarrow A$ _____ B .

◆ 知识点二 集合的并集

1. 并集的三种语言表示

文字语言	由所有 _____ 的元素构成的集合,称为 A 与 B 的并集,记作 _____ (读作“ A 并 B ”)
符号语言	$A \cup B = \{x \underline{\hspace{2cm}}\}$
图形语言	

[素养小结]

求集合 $A \cap B$ 的常见类型:

- ①若 A, B 中的元素是方程的根,则应先求出方程的根,再求两集合的交集.
- ②若 A, B 是无限数集,则可以利用数轴来求解,但要注意利用数轴表示不等式时,含有端点的值用实心点表示,不含有端点的值用空心点表示.

◆ 探究点二 并集及其运算

例 2 (1)若集合 $A = \{0, 1, 2, 3\}, B = \{y | y = 2x, x \in A\}$, 则 $A \cup B =$ ()

- A. $\{0, 2, 4, 6\}$
- B. $\{0, 2\}$
- C. $\{0, 1, 2, 3, 4, 6\}$
- D. $\{0, 1, 2, 3, 0, 2, 4, 6\}$

(2)若集合 $A = \{x | x > -1\}, B = \{x | -2 < x < 2\}$, 则 $A \cup B =$ _____.

变式 (1)集合 $A = \{x | x < -1 \text{ 或 } x \geq 3\}, B = \{x | 2 < x < 6\}$, 则 $A \cup B =$ ()

- A. $\{x | x > 2\}$
- B. $\{x | x < -1 \text{ 或 } x > 2\}$
- C. $\{x | 3 \leq x < 6\}$
- D. $\{x | x < -1 \text{ 或 } x \geq 6\}$

(2)[2026·湖南永州一中高一月考] 集合 $A = \{1, 2, 3\}, B \cup A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, 则满足条件的集合 B 的个数为 _____.

[素养小结]

并集运算应注意的问题:

- (1)对于用描述法表示的集合,应先看集合的代表元素是什么,然后将集合化简,再按定义求解.
- (2)求两个集合的并集时要注意利用集合中元素的互异性这一特性,重复的元素只能算一个.
- (3)对于元素个数无限的集合进行并集运算时,可借助数轴,利用数轴分析法求解,但要注意端点的值能否取到.

◆ 探究点三 根据并集与交集运算求参

例 3 已知集合 $A = \{x | -1 < x < 3\}$, 集合 $B = \{x | 2a - 1 \leq x \leq a + 2\} (a \in \mathbf{R})$.

- (1)若 $A \cup B = A$, 求实数 a 的取值范围;
- (2)若 $A \cap B \neq \emptyset$, 求实数 a 的取值范围.

变式 (1)已知集合 $A = \{x | -2 < x < 5\}, B = \{x | 2a - 1 < x < 2a + 6\}$, 若 $A \cap B = \{x | 3 < x < 5\}$, 则实数 $a =$ ()

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

(2)已知集合 $A = \{x | ax + 1 = 0\}, B = \{1, 2\}, A \cap B = A$, 则满足条件的实数 a 的值的个数是 ()

- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 3

(3)(多选题)[2026·江苏镇江高一质检] 若集合 $M = \{1, 2, 4, a\}, N = \{a^2, 1\}$, 且满足 $M \cup N = M$, 则实数 a 的值可以为 ()

- A. $-\sqrt{2}$
- B. 2
- C. -2
- D. 0

[素养小结]

(1)在利用交集、并集的性质解题时,常常会遇到 $A \cap B = A, A \cup B = B$ 这类问题,解答时常借助于交、并集的定义以及集合间的关系去分析,如由 $A \cap B = A$ 得 $A \subseteq B$,由 $A \cup B = B$ 得 $A \subseteq B$ 等.

(2)当集合 A, B 满足 $B \subseteq A$ 时,如果集合 A 是一个确定的集合,而集合 B 不确定,运算时要考虑 $B = \emptyset$ 的情况,切不可漏掉.

拓展 某学校举办运动会,比赛项目包括田径、游泳、球类,经统计高一年级有 57 人参加田径比赛,有 11 人参加游泳比赛,有 62 人参加球类比赛.其中参加球类比赛的同学中有 14 人参加田径比赛,有 4 人参加游泳比赛;同时参加田径比赛和游泳比赛的有 8 人;同时参加三项比赛的有 2 人.则高一年级参加比赛的同学有_____人.

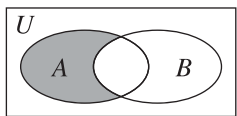
◆ 探究点四 交集、并集、补集的综合运算

例 4 (1)[2026·江苏镇江高一期中] 设全集 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, 集合 $M = \{0, 1, 5\}, N = \{0, 2, 3, 5\}$, 则 $N \cap (\complement_U M) =$ ()

- A. $\{2, 3\}$ B. $\{1, 4\}$
C. $\{0, 5\}$ D. $\{0, 2, 3, 4, 5\}$

(2)[2026·江苏南通海门实验学校高一月考] 已知集合 $A = \{x | 3 \leq x < 7\}, B = \{x | 2 < x < 10\}$, 则 $(\complement_{\mathbb{R}} A) \cup (\complement_{\mathbb{R}} B) =$ _____.

变式 (1) 已知全集 $U = \mathbb{R}$, 集合 $A = \{x | 0 < x < 2\}, B = \{x | -1 \leq x \leq 1\}$, 则图中阴影部分表示的集合是 ()



- A. $\{x | -1 \leq x < 0\}$
B. $\{x | -1 \leq x < 0 \text{ 或 } 1 \leq x < 2\}$
C. $\{x | 1 < x < 2\}$
D. $\{x | 0 < x < 1\}$

(2)[2026·江苏南京高一期末] 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{3, 4, 5\}$, 则 $\{1, 2\} =$ ()

- A. $A \cap (\complement_U B)$ B. $A \cup (\complement_U B)$
C. $(\complement_U A) \cap B$ D. $(\complement_U A) \cup B$

[素养小结]

常用结论:

$$A \cup (\complement_U A) = U; A \cap (\complement_U A) = \emptyset; \complement_U (\complement_U A) = A;$$

$$\complement_U U = \emptyset; \complement_U \emptyset = U; A \subseteq B \Leftrightarrow \complement_U B \subseteq \complement_U A; B \subseteq A \Leftrightarrow \complement_U A \subseteq \complement_U B;$$

$$\complement_U (A \cap B) = (\complement_U A) \cup (\complement_U B); \complement_U (A \cup B) = (\complement_U A) \cap (\complement_U B).$$

◆ 探究点五 区间及其表示

例 5 (1) 已知 $A = [-1, 2)$, 全集 $U = [-2, 2]$, 则 $\complement_U A$ 是 ()

- A. $[-2, -1)$
B. $(-\infty, -1) \cup [2, +\infty)$
C. $[-2, -1)$ 或 2
D. $[-2, -1) \cup \{2\}$

(2) 已知集合 $A = (2, +\infty), B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 则 $A \cap B =$ _____.

变式 (1) 已知区间 $[-a, 2a + 1)$, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. \mathbb{R}
B. $[-\frac{1}{3}, +\infty)$
C. $(-\frac{1}{3}, +\infty)$
D. $(-\infty, \frac{1}{3})$

(2) 已知 a 为实数, 集合 $A = [1, 4), B = [a, +\infty)$, 若 $A \subseteq B$, 则 a 的取值范围为 ()

- A. $(-\infty, 1)$ B. $(1, +\infty)$
C. $(-\infty, 1]$ D. $[1, +\infty)$

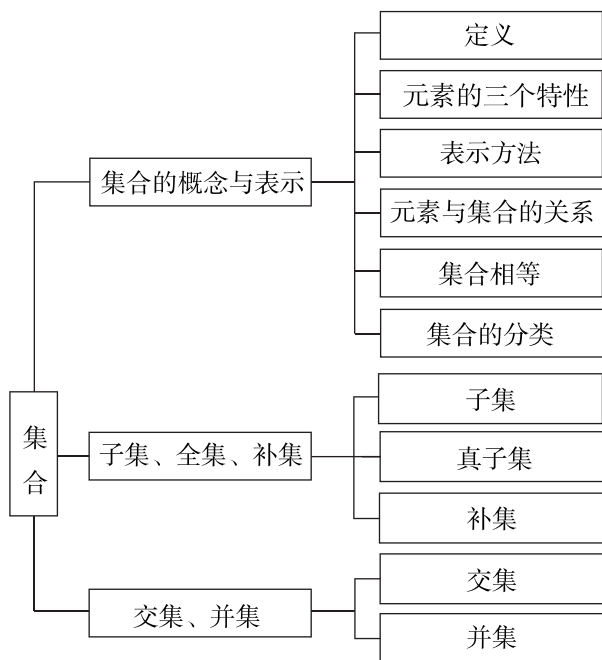
[素养小结]

用区间表示数集的注意点

- 区间左端点值小于右端点值.
- 区间两端点之间用“,”隔开.
- 含端点值的一端用中括号, 不含端点值的一端用小括号.
- 以“ $-\infty$ ”“ $+\infty$ ”为区间的一端时, 这端必须用小括号.

► 本章总结提升

知识网络



素养提升

◆ 题型一 集合的概念

[类型总述] (1)集合中元素的性质;(2)集合的表示方法;(3)集合相等.

例 1 (1)已知集合 $A = \{0, m, m^2 - 3m + 2\}$, 且 $2 \in A$, 则实数 m 的值为 ()

- A. 2 B. 3
C. 0 或 3 D. 0, 2 或 3

(2)已知集合 $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 4\}$, 则 $C = \{xy \mid x \in A, y \in B\}$ 的元素个数为 ()

- A. 1 B. 2
C. 3 D. 4

(3)已知 $m \in \mathbf{R}, n \in \mathbf{R}$, 若集合 $\left\{m, \frac{n}{m}, 1\right\} = \{m^2, m+n, 0\}$, 则 $m^{2026} + n^{2026} =$ _____.

◆ 题型二 集合间的关系

[类型总述] (1)集合间的包含关系;(2)集合的补集;(3)由集合的关系求参数.

例 2 (1)[2025·全国一卷] 已知集合 $U = \{x \mid x \text{ 是小于 } 9 \text{ 的正整数}\}$, $A = \{1, 3, 5\}$, 则 $\complement_U A$ 中元素个数为 ()

- A. 2 B. 3 C. 5 D. 8

(2)[2023·新课标 II 卷] 设集合 $A = \{0, -a\}$, $B = \{1, a-2, 2a-2\}$, 若 $A \subseteq B$, 则 $a =$ ()

- A. 2 B. 1
C. $\frac{2}{3}$ D. -1

(3)(多选题) 已知集合 $A = \{a^2\}$, $B = \{1, 4-3a, -6a-5\}$, 若 $A \cup B = B$, 则实数 a 的值可以是 ()

- A. -1 B. 1
C. -4 D. -5

变式 (1)集合 M 满足 $\{1, 2\} \subsetneq M \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 则符合条件的集合 M 的个数为 ()

- A. 3 B. 6
C. 7 D. 8

(2)[2026·江苏南京高一期中] 设集合 $A = \{x \mid |x| \leq 2\}$, $B = \{x \mid x+a \leq 0\}$, 若 $A \subseteq B$, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $(-\infty, 2)$ B. $(-\infty, 2]$
C. $(-\infty, -2)$ D. $(-\infty, -2]$

◆ 题型三 集合的基本运算

[类型总述] (1)集合的并集、交集运算;(2)集合的补集运算;(3)由集合运算求参数.

例 3 (1)[2025·全国二卷] 已知集合 $A = \{-4, 0, 1, 2, 8\}$, $B = \{x \mid x^3 = x\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $\{0, 1, 2\}$ B. $\{1, 2, 8\}$
C. $\{2, 8\}$ D. $\{0, 1\}$

(2)[2023·全国乙卷] 设集合 $U = \mathbf{R}$, 集合 $M = \{x \mid x < 1\}$, $N = \{x \mid -1 < x < 2\}$, 则 $\{x \mid x \geq 2\} =$ ()

- A. $\complement_U (M \cup N)$
B. $N \cup (\complement_U M)$
C. $\complement_U (M \cap N)$
D. $M \cup (\complement_U N)$

(3)设集合 $A = \{-1, 0, 2, 5\}$, $B = \{x \mid x^2 - 3x + m = 0\}$. 若 $A \cap B = \{2\}$, 则 $B =$ ()

- A. $\{-2, 2\}$ B. $\{1, 2\}$
C. $\{2, 3\}$ D. $\{2, 4\}$

变式 (1) 设集合 $A = \{x \mid -1 < x < 4\}$, $B = \{x \mid x \leq 3\}$, 则 $(\complement_{\mathbf{R}} B) \cap A =$ ()

- A. $\{x \mid 3 \leq x < 4\}$ B. $\{x \mid 3 < x < 4\}$
 C. $\{x \mid -1 < x \leq 3\}$ D. $\{x \mid x > -1\}$

(2) 已知集合 $M = \{x \mid y = \sqrt{m-x}\}$, $N = \{y \mid y = x^2 - 6x, x \in \mathbf{R}\}$, 若 $M \cap N = \emptyset$, 则实数 m 的取值范围是_____.

(3) [2026 · 江苏无锡高一期中] 已知某班有 50 名同学, 据统计发现同学们喜欢的奥运会比赛项目都集中在乒乓球、跳水、射击, 其中有 13 名同学只喜欢乒乓球比赛, 10 名同学只喜欢跳水比赛, 8 名同学只喜欢射击比赛, 同时喜欢乒乓球与跳水比赛的同学有 13 名, 同时喜欢乒乓球与射击比赛的同学有 12 名, 同时喜欢跳水与射击比赛的同学有 10 名, 则该班同时喜欢乒乓球、跳水、射击比赛的同学有_____名.

例 4 [2026 · 江苏苏州高一期中] 已知集合 $A = \{x \mid x^2 - ax + a^2 - 19 = 0\}$, $B = \{x \mid x^2 - 5x + 6 = 0\}$, $C = \{x \mid -4 \leq x \leq 2\}$.

- (1) 求 $B \cap C$;
 (2) 若 $A \cap B = A \cup B$, 求 a 的值;
 (3) 若 $A \cap B \neq \emptyset$ 且 $A \cap C = \emptyset$, 求 a 的值.

变式 设全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x \mid 1 \leq x \leq 5\}$, 集合 $B = \{x \mid -1 - 2a \leq x \leq a - 2\}$.

- (1) 若 $a = 4$, 求 $A \cup B, A \cap (\complement_U B)$;
 (2) 若 $B \subseteq A$, 求实数 a 的取值范围.

第2章 常用逻辑用语

2.1 命题、定理、定义

【学习目标】

1. 能结合具体实例认识和识别什么是命题,对于给出的一些例子,会判断哪些陈述句是命题,哪些陈述句不是命题.
2. 能分清一个命题的条件与结论.

课 前 预 习

知识导学 素养初识

◆ 知识点一 命题

1. 在数学中,我们将可判断_____的陈述句叫作命题.
2. 数学中,许多命题可表示为“如果 p ,那么 q ”或“若 p ,则 q ”的形式,其中_____叫作命题的条件,_____叫作命题的结论.

【诊断分析】1. 下列语句中为命题的是 ()

- A. 请打开教材第27页
 - B. 全等三角形的对应边相等
 - C. 矩形难道不是平行四边形吗?
 - D. $x > 5$
2. 把命题“面积相等的两个三角形全等”写成“如果 p ,那么 q ”的形式,并指出命题的条件与结论.

◆ 知识点二 定理、定义

1. 在数学中,有些已经被证明为_____的命题可以作为推理的依据而直接使用,一般称之为定理.
2. 在数学中,我们经常遇到定义.定义是对某些对象标明符号、指明称谓,或者揭示所研究问题中对象的_____.定义的特点是用已知的_____来解释、刻画陌生的对象,并加以区别.

课 中 探 究

考点探究 素养小结

◆ 探究点一 命题的条件与结论

例1 将下列命题改写成“若 p ,则 q ”(或者“如果 p ,那么 q ”)的形式:

- (1)绝对值相等的两个数也相等;
- (2)对角线互相垂直且相等的四边形是正方形;
- (3)线段垂直平分线上的点到线段两端点的距离相等;
- (4)当 $m > \frac{1}{4}$ 时,关于 x 的方程 $mx^2 - x + 1 = 0$ 无实数根.

变式 指出下列命题中的条件与结论:

- (1) 若 $a=b$, 则 $a^2=b^2$;
- (2) 有一个角是直角的菱形是正方形;
- (3) 若 $x^2>1$, 则 $x>1$;
- (4) 四条边对应相等的两个四边形全等.

[素养小结]

将一个命题改写成“如果 p , 那么 q ”或“若 p , 则 q ”的形式后, p 就是命题的条件, q 就是命题的结论.

◆ 探究点二 命题的真假性

例 2 判断下列命题的真假:

- (1) 若 $x=-5$, 则 $3x^2+19x-14>0$;
- (2) 若 $x \in B$, 则 $x \in A \cup B$;
- (3) 有两边及一角对应相等的两个三角形全等;
- (4) 角平分线上的点到角的两边的距离相等.

变式 判断下列命题的真假:

- (1) 关于 x 的方程 $ax^2+2x-3=0 (a \in \mathbf{R})$ 有两个不相等的实数根;
- (2) 关于 x 的方程 $x^2+ax-3=0 (a \in \mathbf{R})$ 有两个不相等的实数根;
- (3) 空集是任何集合的真子集;
- (4) 两个集合的并集一定不是空集.

[素养小结]

判断命题真假的方法:

- (1) 要判断一个命题是假命题, 只需举一个反例;
- (2) 要判断一个命题是真命题, 必须通过推理证明或列举所有的情况都成立, 才能得出结论.

◆ 探究点三 根据命题的真假求参数范围

例 3 若命题“关于 x 的方程 $x^2+mx+3=0$ 有两个不等的实数根”是真命题, 求实数 m 的取值范围.

变式 已知 $p: 5x-1>a, q: x>1$, 且“若 p , 则 q ”为真命题, 则实数 a 的取值范围是_____.

2.2 充分条件、必要条件、充要条件

【学习目标】

1. 能结合具体命题理解充分条件、必要条件和充要条件的意义.
2. 能结合典型数学命题理解判定定理与充分条件、性质定理与必要条件、数学定义与充要条件的关系.

课 前 预 习

知识导学 素养初识

◆ 知识点一 充分条件与必要条件

1. 一般地,当命题“若 p , 则 q ”为真命题时,我们就说“由 p 可以推出 q 成立”,记作 _____,读作“ p 推出 q ”;

如果命题“若 p , 则 q ”为假命题,就说“由 p 不能推出 q 成立”,记作 _____,读作“ p 不能推出 q ”.

2. 定义:如果“ $p \Rightarrow q$ ”,那么称 p 是 q 的 _____,也称 q 是 p 的 _____.

【诊断分析】判断正误.(在括号内打“√”或“×”)

- (1)“ $x=y$ ”是“ $\sqrt{x}=\sqrt{y}$ ”的充分条件. ()
- (2)“ $ab=0$ ”是“ $b=0$ ”的必要条件. ()
- (3)“ $x^2>1$ ”是“ $x>1$ ”的充分条件. ()
- (4)“ $x=1$ 或 $x=2$ ”是“ $x^2-3x+2=0$ ”的必要条件. ()

◆ 知识点二 充要条件

1. 定义:如果 $p \Rightarrow q$, 且 $q \Rightarrow p$, 那么称 p 是 q 的充分且必要条件,简称为 p 是 q 的 _____ 条件,也称 q 的充要条件是 p .

2. 如果 p 是 q 的充要条件,就记作 _____,称为“ p 与 q 等价”,或“ p 等价于 q ”.

3. 条件关系判定的常用结论:

条件 p 与结论 q 的关系	结论(p 是 q 的)
$p \Rightarrow q$, 且 $q \not\Rightarrow p$	充分且不必要条件
$q \Rightarrow p$, 且 $p \not\Rightarrow q$	必要且不充分条件
$p \Rightarrow q$, 且 $q \Rightarrow p$	充要条件
$p \not\Rightarrow q$, 且 $q \not\Rightarrow p$	既不充分又不必要条件

◆ 知识点三 充分条件与判定定理、必要条件与性质定理的关系

判定定理都给出了相应数学结论成立的一个 _____ 条件. 性质定理都给出了相应数学结论成立的一个 _____ 条件.

课 中 探 究

考点探究 素养小结

◆ 探究点一 充分条件、必要条件的判断

角度 1 充分条件

例 1 下列各题中,哪些 p 是 q 的充分条件?

- (1) $p: 4x^2 - mx + 9$ 是完全平方式, $q: m = 12$;
- (2) $p: (x-1)^2 + (y-2)^2 = 0$, $q: (x-1)(y-2) = 0$;
- (3) p : 在 $\triangle ABC$ 中, $A+B=90^\circ$, q : 在 $\triangle ABC$ 中, $C=90^\circ$;
- (4) $p: x \in A \cap B$, $q: x \in A \cup B$.

角度 2 必要条件

例 2 下列各题中,哪些 q 是 p 的必要条件?

- (1) $p: x=1$, $q: x-1=\sqrt{x-1}$;
- (2) $p: -2 \leq x \leq 5$, $q: -1 \leq x \leq 5$;
- (3) $p: a$ 是自然数, $q: a$ 是正整数;
- (4) p : 三角形是等边三角形, q : 三角形是等腰三角形.

变式 下列各题中,哪些 p 是 q 的充分条件? 哪些 p 是 q 的必要条件?

(1) $p: A \cap B = A, q: A \subseteq B$;

(2) p : 四边形是矩形, q : 四边形的对角线相等.

[素养小结]

充分条件或必要条件的判断方法:

(1) 若 $p \Rightarrow q$, 则 p 是 q 的充分条件, q 是 p 的必要条件.

(2) 若 p 对应的集合为 A, q 对应的集合为 $B, A \subseteq B$, 则 p 是 q 的充分条件, q 是 p 的必要条件.

◆ 探究点二 充要条件、充分且不必要条件、必要且不充分条件的判断

例 3 下列“若 p , 则 q ”形式的命题中, p 分别是 q 的什么条件? (用“充要条件”“充分且不必要条件”“必要且不充分条件”或“既不充分又不必要条件”回答)

(1) 若 $x^2 = 1$, 则 $x = 1$;

(2) 若 x, y 都为无理数, 则 xy 为无理数;

(3) 若 $a^2 + b^2 = 0$, 则 $a + b = 0$;

(4) 若 $a + b > 4$, 则 $a > 2$ 且 $b > 2$.

变式 (1) [2026 · 福建莆田高一期中] 设集合 $A = \{x \mid -5x + 6 < 0\}, B = \{x \mid x > -2\}$, 则“ $x \in B$ ”是“ $x \in A$ ”的 ()

A. 充分且不必要条件

B. 必要且不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分又不必要条件

(2) [2026 · 江苏无锡一中高一段考] 已知集合 $A = \{0, 1, 4, \sqrt{m}\}, B = \{0, 1, m\}$, 则“ $m = 4$ ”是“ $A \cup B = A$ ”的 ()

A. 充分且不必要条件

B. 必要且不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分又不必要条件

[素养小结]

判断充分条件、必要条件及充要条件的三种方法

(1) 定义法: 直接判断“若 p , 则 q ”以及“若 q , 则 p ”的真假.

(2) 集合法: 利用集合的包含关系判断.

(3) 传递法: 充分条件和必要条件具有传递性, 即由 $p_1 \Rightarrow p_2 \Rightarrow \dots \Rightarrow p$, 可得 $p_1 \Rightarrow p$; 充要条件也有传递性.

拓展 已知两个关于 x 的一元二次方程 $mx^2 - 4x + 4 = 0$ 和 $x^2 - 4mx + 4m^2 - 4m - 5 = 0$, 求两方程的根都是整数的充要条件.

◆ 探究点三 根据充要条件求参数

例 4 已知集合 $A = \{x | -3 \leq x \leq 4\}$, $B = \{x | 1 - m \leq x \leq 3m - 2, m > 1\}$.

(1) 是否存在实数 m , 使“ $x \in A$ ”是“ $x \in B$ ”的充要条件? 若存在, 求出实数 m 的值; 若不存在, 请说明理由.

(2) 是否存在实数 m , 使“ $x \in A$ ”是“ $x \in B$ ”的充分且不必要条件? 若存在, 求出实数 m 的值; 若不存在, 请说明理由.

(3) 是否存在实数 m , 使“ $x \in A$ ”是“ $x \in B$ ”的必要且不充分条件? 若存在, 求出实数 m 的值; 若不存在, 请说明理由.

变式 (1) [2026 · 江苏扬州公道中学高一月考]

已知集合 $A = \{1, x^2\}$, $B = \{1, 4, x\}$, 若“ $x \in A$ ”是“ $x \in B$ ”的充分条件, 则 $x =$ ()

- A. 0 B. -2
C. 0 或 -2 或 1 D. 0 或 ± 2

(2) 设全集 $U = \mathbf{R}$, 已知集合 $A = \{x | -2 \leq x \leq 5\}$, $B = \{x | m + 1 \leq x \leq 2m - 1\}$. 若 B 不是空集, 设 $p: x \in A$; $q: x \in B$, 且 p 是 q 的必要且不充分条件, 则实数 m 的取值范围是_____.

[素养小结]

利用充分条件、必要条件求参数的取值范围时, 主要根据充分条件、必要条件与集合间的关系, 将问题转化为相应的两个集合之间的包含关系, 然后建立关于参数的不等式(组)进行求解, 有时还需要借助数轴解决问题.

◆ 探究点四 判定定理、性质定理与充分、必要条件

例 5 指出下列定理是判定定理还是性质定理:

- (1) 直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半;
- (2) 有两个角互余的三角形是直角三角形;
- (3) 菱形的对角线互相垂直;
- (4) 两边成比例且夹角相等的两个三角形相似;
- (5) 三边对应成比例的两个三角形相似;
- (6) 相似三角形的面积比等于相似比的平方.

变式 判断下述命题是否可以看成判定定理或性质定理, 如果可以, 写出其中涉及的充分条件或必要条件:

- (1) 形如 $y = x^2 + bx$ (b 是常数) 的函数是二次函数;
- (2) 菱形的对角线互相平分.

[素养小结]

(1) 区分一个定理是判定定理还是性质定理关键是看定理阐述了结论成立的依据还是揭示了一个研究对象的某个特征, 若定理阐述了结论成立的依据, 则是判定定理, 否则是性质定理.

(2) 判定定理可用充分条件的语言来表述, 性质定理可用必要条件的语言来表述.